

1. An sieben Objekten wurden jeweils drei Zahlenwerte erhoben (x, y, z), spaltenweise angeben:

X-Spalte schon der Größe nach geordnet

X	Y	Z
1,0	14,2	579
1,3	14,3	556
1,4	16,0	518
1,5	17,2	487
1,7	12,1	512
1,8	14,9	423
2,5	15,4	402

ZAHLEN:
0,12
- 0,90
1,00
1,50
- 7,12
14,90
0,07
60,32

Ordnen Sie die angegebenen Zahlen richtig zu!	
Mittelwert der Y	14,90
Standardabweichung der Z	60,32
Variationskoeffizient der Z	0,12
Median von X	1,5
Pearson-Korrelation X mit Y	0,07
Pearson- Korrelation X mit Z	- 0,90

(zwei davon sind unbrauchbar!)

Tipp: möglichst wenig rechnen!!

10 Punkte

2. Man würfelt hintereinander mit zwei fairen regelmäßigen Würfeln.

Folgende Ereignisse werden betrachtet:

- A: Die Augensumme ist gerade
- B: Die erste gewürfelte Zahl ist gerade
- C: Die Augensumme beträgt neun
- D: Es ist keine Sechs dabei

a. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für all diese Ereignisse an

b. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten:

$P(A \cap D)$ und $P(A|D)$

c. Beeinflusst das Ergebnis (B oder nicht B) des ersten Wurfes die Wahrscheinlichkeit für A?

4 + 4 + 2

$$P(A) = 0.5$$

$$P(B) = 0.5$$

$$P(C) = P(\{(4, 5), (5, 4), (6, 3), (3, 6)\}) = 4/36 = 1/9$$

$$P(D) = 25/36$$

$$P(A \cap D) = 13/36 \quad (\text{Aufzählen!!})$$

$$P(A|D) = 13/25$$

$$P(A|B) = 9/18 = 0.5 \quad \text{NEIN}$$

3. a. Bestimmen Sie für eine Zufallsgröße X , die folgenden Verteilungen genügt

- *Binomialverteilt* $B(5, 0.3)$
- *Hypergeometrisch verteilt* $H(7, 4, 3)$

- a1. die Wahrscheinlichkeiten des Ereignisses: $X \in \{2, 3, 4\}$
 a2. jeweils den Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle $x = 1$

b. Ermitteln Sie für eine mit Erwartungswert $\mu = 2$ und der Standardabweichung $\sigma = 0.5$ *normalverteilte Zufallsgröße* Y folgende Werte:

- (1) $P(Y \in] 1.4 \quad 3])$
 (2) Das 0.1-Quantil
 (3) eine Zahl c , für die gilt: $P(Y > c) = 0.34$

(4 + 2) + 4

- a. Binomial: $P(X \in \{2, 3, 4\}) = 0.46935$ $F(1) = 0.52822$
 Hypergeometrisch: $P(X \in \{2, 3, 4\}) = P(2, 3) = 0.628573$ $F(1) = 0.371427$
- b. (1) **0.8621**
 (2) **1.3592**
 (3) **c = 2.20625**

4. Die tatsächlichen Jahresarbeitszeiten von 200 Lehrlingen wurden erhoben und das Merkmal „Jahresarbeitszeit in Stunden“ - als *normalverteilt* angenommen - wurde hinsichtlich Lage und Streuung untersucht.

Man erhielt als *Schätzwerte* $\hat{\mu} = 1817.8$ und $\hat{\sigma} = 74$

- Man bestimme daraus ein **zweiseitiges 90%-Konfidenzintervall** für den Erwartungswert!
- Macht es Sinn die folgenden Hypothesen zu testen? Antworten Sie einzeln mit JA oder NEIN?
 H_1 : „*Der Erwartungswert der Jahresarbeitszeit liegt über 1800 Stunden*“
 H_1 : „*Der Erwartungswert der Jahresarbeitszeit liegt unter 1800 Stunden*“
 H_0 : „*Der Erwartungswert der Jahresarbeitszeit beträgt genau 1800 Stunden*“
- Führen Sie den sinnvollen einseitigen Test aus b. durch!
 Berechnen Sie die **Testgröße**, **bestimmen Sie K** (zum Niveau $\alpha = 0.05$) und treffen sie ihre **Entscheidung!**

4 + 3 + 3

a. $a = 1.653 \cdot (74 / \sqrt{200}) = 8.65$

Konf {1809.15 < μ < 1826.45}

- b. JA, NEIN, JA

c. $H_1: \mu > 1800$ $t_0 = 3.4$ $K =] 1.653, \infty [$
 H_1 signifikant!

5. Innerhalb einer Woche wurden im LKH Voitsberg sechs männliche und acht weibliche Kinder mit den angegebenen gewichten (in Gramm) geboren.

Buben	3233	3671	2678	4098	4120	3680		
Mädchen	3145	3260	2649	2402	3708	3466	3040	2970

Unterstellen Sie für a. und b. Normalverteilung und Varianzhomogenität!

*Hinweis: Die Stichprobenvarianz beträgt (ganzzahlig gerundet, damit weiterrechnen!) bei den Mädchen **302444** und bei den Buben **177021**.*

- Lässt sich mit einer Sicherheit von **90 Prozent** zeigen, dass das Gewicht von Buben und Mädchen **unterschiedlich** ist?
Lässt sich das auch mit einer Sicherheit von **99 Prozent** „nachweisen“?
- Kann man mit einer Sicherheit von **90 Prozent** zeigen, dass **Buben schwerer** sind?
- War die oben getroffene Annahme der **Varianzgleichheit berechtigt**?
Testen Sie zum Niveau 0.1

6 + 2 + 2

- Zweiprobent-t-Test zweiseitig;

mit den angegebenen Stichprobenvarianzen gerechnet:

$$\bar{x} = 3580 \quad \bar{y} = 3080 \quad s = 500.18 \quad t_0 = -1.85$$

$$t_{12}^{0.95} = 1.782 \quad t_{12}^{0.995} = 3.055$$

Zu $\alpha = 0.9$: Unterschied signifikant

Zu $\alpha = 0.99$: Unterschied nicht (hoch)signifikant

- Test einseitig, $H_1: \mu_B > \mu_M$; $|\text{Testgröße}| = 1.933$ Tabellenwert 1.356; **JA**
- F-Test, $t_0 = 1.708$ $K =]4.88, \infty[$ **JA**

6. In Deutschland wird das Abitur zentral gestellt.

Für neun Abiturienten wurden die erzielten Leistungen in den Fächern „Mathematik“ und „Deutsch“ (Als Anteil von 100 Prozent) ermittelt

MATHE	56	82	78	66	50	71	72	69	74
DEUTSCH	69	88	72	71	55	73	81	63	53

- Berechnen und interpretieren Sie den **Spearman- Rangkorrelationskoeffizienten**
- Testen Sie **nichtparametrisch** zum Niveau $\alpha = 0.1$ ob eine **Korrelation** zwischen den Leistungen in diesen beiden Fächern vorliegt! **Interpretieren sie genau!**

Wenden Sie den Test an, obwohl eigentlich der Stichprobenumfang zu gering ist!

4 + 6

a. $\sum_{i=1}^9 d_i^2 = 58$ Spearmankoeffizient $r_s = 0.5166$

b. Test auf (Rang)Korrelation,

$$E(D) = 120 \quad \sigma(D) = 42.426 \quad t_0 = -1.46$$

Einseitig (sinnvoll): $u_{0,9} = 1.2618$: positive Korrelation signifikant!

Zweiseitig (weniger sinnvoll): $u_{0,95} = 1.6449$: Unkorreliertheit kann beibehalten werden!