1. In Deutschland wird das Abitur zentral gestellt. Die Schulen werden dann miteinander verglichen:
An acht Gymnasien wurden die angegebenen Leistungen der Abiturienten in den Fächern „Mathematik“ und „Englisch“ (Als Anteil von 100 Prozent) ermittelt

MATHE	**56**	**82**	**78**	**66**	**50**	**71**	**72**	**69**
ENGLISCH	**68**	**69**	**72**	**71**	**55**	**73**	**81**	**63**

a. Bestimmen Sie **Mittelwert** und **Median** der MATHE-Bewertungen
b. Berechnen Sie den **Pearson-Korrelationskoeffizienten** für die Bewertungen in beiden Fächern und interpretieren Sie das errechnete Ergebnis**!**
c. Berechnen Sie den **Rangkorrelationskoeffizienten**

2 + 4 + 4

LÖSUNGSZAHLEN:

a. **Mittelwert 68, Median 70**

b. Kovarianz = 43; **Pearson - Korrelation = 0.6059**
mittlere positive Korrelation

c. Summe der quadrierten Rangdifferenzen = 34
Spearman - Rangkorrelation = 0.5952

2. Für vier Teilwarenkörbe (Lebensmittel, Wohnen, Kleidung, Freizeit) wurden im Jahre 2005 insgesamt 16 400.- € ausgegeben. Davon entfielen folgende Beträge auf die einzelnen Warengruppen:

Darunter stehen die Preisänderungen der Warengruppen in Indexprozent (von 2005 auf 2006)

	Lebensmittel	Wohnen	Kleidung	Freizeit
Betrag in €	**5560**	**5030**	**2900**	**REST**
Preisänderung	**101**	**104.5**	**94**	**110**

a. Berechnen und **interpretieren** sie den **Preisindex** des ***Gesamtwarenkorbes*** von **2005 auf 2006!**

b. Angenommen, sie kaufen im Jahr 2006 *genau gleich viel* wie 2005: **Wie viel geben Sie 2006 für diese Waren aus?**

c. **Um wie viel Prozent waren das *Wohnen* 2005 billiger als 2006?**

d. Angenommen, sie kaufen im Jahr 2006 *um 5 Prozent mehr (**Menge** an) Lebensmitteln, geben aber um 20 Prozent weniger **Geld** für Freizeit aus. Bei Wohnen und Kleidung gibt es keine Mengenänderung.* **Wie groß ist der 2006 ausgegebene Gesamtbetrag?**

5 + 1 + 2 + 2

	LM	WOHNEN	KL	FREIZEIT	SUMME
AUSGABEN	5560	5030	2900	**2910**	16400
Preismesszahl	1,01	1,045	0,94	1,1	
Umsatzanteil	0,33902439	0,30670732	0,17682927	0,17743902	1
Summand	0,34241463	0,32050915	0,16621951	0,19518293	**a.** Preisindex **1,024**
Bei gleichen Mengen:					**b.** **16798,95**
					0,9569378 0,0430622 **c.** **um 4.3%**
Mengen neu:	1,05	1	1		
Ausgaben neu:				0,8	
Gesamtbetrag 2006	5896,38	5256,35	2726	2328	**d.** **16206,73**

***3. Man würfelt mit zwei fairen regelmäßigen Würfeln*.**
Folgende Ereignisse werden betrachtet:
A: Die Augensumme beträgt 4“
B: Mindestens einer der Würfel zeigt die Drei, keiner zeigt die Fünf“
C: Beide Augenzahlen sind ungerade Zahlen

a. Geben Sie die **Wahrscheinlichkeiten** für diese drei Ereignisse A, B und C an
b. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
$P(A\cap B)$, $P(B\cup C)$, $P(A\cap C)$ sowie $P(A\cup B\cup C)$
c. Beeinflusst das Eintreten des Ereignisses C die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A?

3 + 5 + 2

Lösung:
a. Durch Auflisten der jeweils passenden Wurfergebnisse:
P(A) = 3/36 = 1/12
P(B) = 9/36 = ¼
Durch ein Diagramm mit 2 Ebenen, gerade/ungerade:
P(C) = ½ * ½ = ¼

b. $A\cap B = \{ (1, 3), (3, 1)\}$ **$P(A\cap B) = 2/36 = 1/18$**
$P(B\cup C) = 15/36$
$P(A\cap C) = P(\{ (1, 3), (3, 1)\}) = 1/18$
$P(A\cup B\cup C) = 16/36 = 4/9$

c. **P(A|C) =** $\frac{1/18}{1/4} = 2/9 \neq 1/12$ Antwort: **JA**

2S a. Ermitteln Sie für eine mit Erwartungswert $\mu = 34$ und der Standardabweichung $\sigma = 8$ ***normalverteilte*** **Zufallsgröße X** folgende Werte:

(1) $P(X \in \,]22,\ 40])$
(2) Das 0.1-Quantil
(3) eine Zahl c, für die gilt: $P(X > c) = 0.44$
(4) $P(X = 34)$

b. Zeichnen Sie die ***Dichtefunktionskurve*** inklusive Skala auf der waagrechten Achse und **kennzeichnen** Sie darin die Lösung von **a(3)**

c. Zeichnen Sie die Kurve der ***Verteilungsfunktion*** samt Skalen auf beiden Achsen und kennzeichnen Sie darin die Lösung zu **a(1)**

5 + 2 + 3

Lösung

a. **0.7066**
23.74
35.208
0

b. Glockenkurve

c. S-förmige Kurve

6 + 4

4. In einer Stichprobe wurden erwachsene Österreicher befragt:
Von 80 Personen gaben 61 an, einen PKW zu besitzen.
Für den monatlichen Aufwand für Treibstoff – dieser wird als *normalverteilte* Größe betrachtet – wurde ***aus den Angaben der 61 PKW-Halter*** ein **Mittelwert von € 119.5-** bei einer **Stichprobenstandardabweichung von € 48.-** erhoben.

Damit ermittle man

a. Ein zweiseitiges 90%-Konfidenzintervall für den **Anteilswert** der PKW-Besitzer
b. Ein zweiseitiges Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 99 % für die monatlich zu erwartenden Treibstoffkosten!

5 + 5

Lösung:

a. n = 80, Schätzwert = 0.7625 a = 0.07826 **Konf {0.684 ≤p ≤ 0.840}**

b. n = 61 a = 16.348 **Konf {103.152 ≤ μ ≤ 135.848}**

5. Eine Serie von 60 Würfen mit einem Würfel ergab die Augenzahlen 1 bis 6 mit den angegebenen Häufigkeiten::

1	2	3	4	5	6
10	16	7	14	4	9

a. Können Sie auf Grund der beobachteten Häufigkeit des Einsers den Würfel als signifikant unfair betrachten?

b. Können Sie auf Grund der beobachteten Häufigkeiten aller Augenzahlen den Würfel als signifikant unfair beurteilen?
Welcher Test ist durchzuführen? Testen Sie sowohl zum Niveau $\alpha = 0.1$
Als auch zu $\alpha = 0.01$ und interpretieren Sie die Ergebnisse präzise!

2 + 8

Lösung:

a. Nein; es sind ja genau die 10 zu erwartenden Einser gewürfelt worden!

b. **Chiquadrat-Anpassungstest** an die diskrete Gleichverteilung
Testgröße = **9.8**

Niveau 0.1: K = [9.326, ∞ [**Würfel mit WK von (mindestens) 90% unfair**
Niveau 0.01 K = [15.068, ∞ [**Aber nicht mit einer WK von 99% unfair!**

6. An sechs Diesel-PKWs wurden vor und nach dem Einbau eines Nachrüst-Partikelfilters der Partikelausstoß [in mg/km] gemessen:

Fahrzeug.	1	2	3	4	5	6
vorher	42	28	50	92	28	34
nachher	14	17	17	28	07	12

a. Lässt sich nachweisen, dass nach dem Filtereinbau der Partikelausstoß *signifikant unter den in der EURO-4-Norm geforderten 25mg/km liegt?*
($\alpha = 0.01$, *Annahme normalverteilter Werte*)

b. Prüfen Sie, unter Annahme normalverteilter Werte, ob der Partikelausstoß nachher signifikant um mindestens 50% kleiner ist als vor dem Filtereinbau!

Rechnen Sie nun zum Niveau $\alpha = 0.05$

5 + 5

Lösung:

a. Einstichproben-t-Test, einseitig: H_1: $\mu < 25$
Für die Nachher-Werte y_i

$\overline{y} = 15.83 \qquad s_y = 7.026 \qquad$ Testgröße = **–3.197** $\qquad K =]-\infty, -3.365]$

H_0 beibehalten; ***Partikel nicht signifikant unter dem Grenzwert!***

b. t-Test für Differenzen, von den Vorher-Werten zuerst 50% nehmen!

H_1: $0.5\mu_x - \mu_y > 0$

$\overline{d} = 7 \qquad s_d = 6.72 \qquad t_0 = 2.55$

$K =]\,2.015, \infty\,[$

H_1 signifikant, ***Partikelausstoß ist nachher um mehr als 50% geringer!***