1.S. a. Die Zahl y sei um 20 Prozent *kleiner* als die Zahl x. Wie groß ist y, wenn x = 357 ?
Um wie viel Prozent ist dann x *größer* als y ?

b. Bestimmen Sie aus den folgenden Formeln jeweils n, und zwar ***allgemein*** und ***wenn***

a = 0.04, u = 1.86 p = 0.66, t = 2.9, x = 122.2 μ = 115 und σ = 10

$$a = u \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \qquad t = \frac{x-\mu}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

c. Bestimmen Sie den Achsenabschnitt jener Geraden, die durch den Punkt (20, 368) verläuft und deren Steigung k = 31 beträgt

3 + 4 + 3

a. 285.6 25 %

b. n = 485.2 n = 16.22

c. d = – 252

1. **(= 2S)** In einer Vorstudie zu einer medizinischen Untersuchung wurde bei 15 Testpersonen unterschiedlichen Alters der Blutdruck gemessen, was zu folgenden Ergebnissen führte:

Person	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Alter	47	52	30	35	59	44	63	38	49	41	32	55	46	51	63
Blut-druck	129	139	112	119	145	133	152	117	145	136	115	137	134	141	157

a. Bestimmen Sie für das Merkmal ***Blutdruck*** (alle) ***drei Lageparameter***!

b. b1. Berechnen Sie den ***Pearson- Korrelationskoeffizienten***!
b2. Ändert sich dieser Koeffizient, wenn der Blutdruck statt in Millimeter Quecksilbersäule in Millibar angegeben wird?
(760 mm Quecksilbersäule = 1013 mbar)

c. Berechnen und <u>interpretieren</u> sie die ***Steigung der Regressionsgerade***!

3 + (4+1) + 2

a. Modalwert = 145 Median = 136 Mittelwert = 134.07

mittel	**47**	**134,067**
var	103,333	171,129
stabw	**10,165**	**13,082**
kovar	124,667	
korr	**0,937**	
achse	**77,363**	
steigung	**1,206**	

b. Pearson-Korrelation = + 0.937, ändert sich <u>nicht</u>

c. Steigung = 1.2;
Mit jedem Jahr mehr an Alter nimmt der Blutdruck um etwa 1.2 [mm] zu

2. Urlaub bzw. Reisen wird, wie alles andere, immer teurer.
Die Kosten für einen zweiwöchigen Familienurlaub setzen sich wie folgt zusammen:

Fahrtkosten (Flug)	28%
Hotel (NF)	30%
Verpflegung	25%
Nebenkosten	Rest

Die Preissteigerungen von **2000 auf 2006** betrugen bei Hotel und Verpflegung ein Viertel. Flugkosten stiegen in diesem Zeitraum nur um 8 %, Nebenkosten explodierten auf das doppelte!

a. a1. Berechnen Sie den Laspeyres- Preisindex 2006 des Warenkorbes „Urlaub" zur Basis 2000.
a2. Um wie viel Prozent war der Urlaub 2000 billiger als 2006 ?
a3. Wäre es möglich gewesen, durch Einsparen bei den Nebenkosten den Urlaub 2006 zum gleichen Preis zu „genießen", wie im Jahre 2000? (Hinweis: bilden sie zwei Teilwarenkörbe, einer enthalte nur die Nebenkosten)

b. Wenn die Flugkosten von **2006 auf 2007** um 3 Prozent gesunken sind, um wie viel Prozent kosten dann die Flüge im Jahr 2007 mehr als 2000?

(5 + 1 + 2) + 2

a. I_L = 1.3229 („plus 32.3%")

um 24.8 Prozent

Ja, für Teilkorb (1) gibt man 2006 gerade 0.9899 mal den Gesamturlaubspreis des Jahres 2000 aus.
Etwas mehr als 1% bleibt für Nebenkosten (Genuss??)

b. um 4.46%

$I_{Flug}(2000, 2007) = 1.08 \cdot 0.97 = 1.0476$

3. a. Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt eine mit n = 13 Student –verteilte Zufallsgröße Werte zwischen minus 2.160 und plus 2.650 an

b. Von einer ***normalverteilten Zufallsgröße X*** weiß man folgendes:

Die Wahrscheinlichkeit, dass X größer ist als 40, beträgt 20 Prozent
Die Wahrscheinlichkeit $P(30 < X < 40) = 0.3$

b1. Bestimmen Sie daraus **Erwartungswert** und **Standardabweichung** von X und prüfen Sie anhand einer **Skizze** das Ergebnis auf Plausibilität!

b2. Berechnen sie die WK dafür, dass die Zufallsgröße „Mittelwert aus 121 genau wie X verteilten unabhängigen Zufallsgrößen“ unter 28 liegt

2 + 5 + 3

a. Aus Tabellenwerten: 96.5%

b1 Da $P(X>30) = 0.5$ ist $\mu = 30$
Mit $P(X < 40)$ folgt $\sigma = 11.882$

b2. $\overline{X}$ ist $N(30, 1.08)$ – verteilt
$P(\overline{X} < 28) = 0.0322$

4. Aus Messungen von VOCs (Volatile organic compounds) im Gubrist-Tunnelprojekt wurden folgende Emissionswerte für VOCs [Gramm pro km] ermittelt

0.65 0.6 0.7 0.68 0.74 0.53 0.81 0.67 0.63 0.69

a. Setzen Sie Normalverteilung voraus und bestimmen Sie ein ***zweiseitiges 90%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert***!

b. Um wie viel wird das in a. ermittelte Konfidenzintervall (etwa) kürzer, wenn Sie statt ***zehn*** Messungen ***dreißig*** Messungen heranziehen?

c. Wie viele Messungen müssen Sie etwa durchführen, damit das Konfidenzintervall ***nicht breiter als 0.02*** [g/km] wird?

6 + 2 + 2

1	0,65
2	0,6
3	0,7
4	0,68
5	0,74
6	0,53
7	0,81
8	0,67
9	0,63
10	0,69

mittel wert = **0,67**

s² =	**0,0058**
s =	**0,0763**

Konfidenzintervall: a =	**0,0442**			
	0,6258	**<**	**μ**	**< 0,7142**

c. Umfang für **a = 0.01:**
Zehn mal Faktor 4.42 zum quadrat = **196**

b. Intervall wird kürzer um 42.2% ,
es hat nur mehr die Länge a* $(1/\sqrt{3})$ = 0.0255

5. An sechs Diesel-PKWs wurden vor und nach dem Einbau eines Nachrüst-Partikelfilters der Partikelausstoß [in mg/km] gemessen:

Fahrzeug.	A	B	C	D	E	F
vorher	57	78	44	85	39	100
nachher	10	12	20	33	17	28

a. Prüfen Sie, ***unter Annahme normalverteilter Werte***, ob **der Partikelausstoß nachher signifikant kleiner** ist ($\alpha = 0.005$).

b. Lässt sich „nachweisen", dass durch den Filter der Partikelausstoß ***mindestens um 30 Milligramm*** zurückgeht ($\alpha = 0.1$)

c. Ist durch die Daten statistisch gesichert (mit 90 Prozent Signifikanz), dass die Pkws ***mit*** Partikelfilter **den gültigen Grenzwert von 25 mg/km unterschreiten**?

Formulieren Sie in allen Fällen Nullhypothese, Gegenhypothese und Antwort auch in Worten!

a., b. : t-Test für Differenzen

Y: „vorher" X: „nachher"

a. $H_1: \mu_y - \mu_x > 0$ **hochsignifikant!**

b. $H_1: \mu_y - \mu_x > 30$ **signifikant!**

c. Einstichproben-t-Test $H_1: \mu_x < 25$ **nicht signifikant**

Tests partikelfilter Datenpaare, Anzahl = 6

	vorher	nachher	diff	**dif -30**
	57	10	47	
	78	12	66	
	44	20	24	
	85	33	52	
	39	17	22	
	100	28	72	
mittel	67,1667	20,0000	47,1667	17,1667
stvar	589,3667	81,2000	432,9667	
sstabw	24,2769	9,0111	20,8079	

testgröße paired t test 5,5524 2,0209

c. testgrösse t-test -1,3592

Tabellenwerte $t^{0.995} = 4.032$

$t^{0.9} = 1.476$

6. An mehreren Diesel-PKWs wurde der Partikelausstoß [in mg/km] gemessen:
In den beiden Proben waren **sechs Pkws ohne und zehn mit Filter.**

Ohne Filter	57	78	44	85	39	100				
Mit Filter	17	12	20	33	17	28	19	24	22	18

a. Prüfen Sie, ob **der Partikelausstoß der** mit Filter ausgerüsteten Fahrzeuge **signifikant kleiner** ist
b. Lässt sich zeigen, dass die mit Filter ausgerüsteten PKWs um **mindestens 30 mg weniger** Partikel emittieren?

Testen sie in beiden Fällen ***ohne* Annahme normalverteilter *Werte*** zu $\alpha = 0.01$ und verwenden Sie trotz zu geringer Stichprobenumfänge die Normalverteilungs-Approximation der Testgröße.

Rangsummentest Wilcoxon

Y: ohne Filter X: mit Filter
a. H_1: LY > LX

Ohne Filter	57	78	44	85	39	100					Y
Rang	**13**	**14**	**12**	**15**	**11**	**16**					
Mit Filter	17	12	20	33	17	28	19	24	22	18	X
Rang	***2.5***	***1***	***6***	***10***	***2.5***	***9***	***5***	***8***	***7***	***4***	

Rangsumme X = 55

E(W) = 85 **Var(W) =** $\sqrt{85} = 9.219$

Testgröße = t_0 = – 3.524 **$u_{0.99}$ = 2.3263** **t_0 kritisch, H_1 bestätigt! Ausstoß kleiner!**

b. H_1: LY > L(X+30)

Ohne Filter	57	78	44	85	39	100					Y
Rang	***11***	***14***	***3***	***15***	***1***	***16***					
Mit Filter	47	42	60	63	47	58	49	54	52	48	X+30
Rang	***4.5***	***2***	***8***	***13***	***4.5***	***12***	***7***	***10***	***9***	***6***	

Neue Rangsumme(X+30) = 76

t_0 = – 0.967 ist nicht kritisch, NEIN, nicht signifikant um mindestens 30 mg weniger!