LÖSUNGSVORSCHLAG

1. Familie Feuerstein kauft sich ein neues Auto, vorher aber lassen sie ihr altes verschrotten. Auf dem Weg dorthin werden sie in einer Wohnstrasse, wo nur 30 km/h erlaubt sind, „geblitzt“. Als sie ihre Strafe am Polizeiposten bezahlen, sehen sie folgende Statistik bezüglich der Geschwindigkeitsüberschreitungen in dieser Wohnstrasse:

Überschrittene Höchstgeschwindigkeit [in km/h]	**[5, 10[**	**[10, 15[**	**[15, 20[**	**[20, 25[**	**[25, 30[**	**[30, 50]**
Absolute Häufigkeit	115	65	35	20	10	5

a) Zeichnen Sie ein Histogramm!

b) Zeichnen Sie die geeignete Verteilungsfunktion. Ermitteln Sie mit deren Hilfe den Prozentsatz der Personen, die eine Geschwindigkeitsüberschreitung von mehr als 40 km/h hatten!

c) Markieren Sie in Ihrer Zeichnung den Median!

4 + 4 + 2

Zu a).

Höhen der Rechtecke:

	[5, 10[	**[10, 15[**	**[15, 20[**	**[20, 25[**	**[25, 30[**	**[30, 50]**
	0.092	0.052	0.028	0.016	0.008	0.001

Zu b) Mehr als 40 km/h: ein Prozent

Knickpunkte der VF: (Letzter bei (50, 1))

	5	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**
	0	0.46	0.72	0.86	0.94	0.98

LÖSUNGSVORSCHLAG

2.a) Gleich gegenüber vom Autohändler befindet sich ein Kostümverleih. Eine gute Gelegenheit für Fred, um sich für den Opernballbesuch einen Frack auszuborgen. Ein Angestellter des Kostümverleihs möchte wissen, wie viele Männer tatsächlich einen Frack besitzen und kam zu folgendem Ergebnis:

35 % der Befragten besitzen einen Frack, das einseitige Konfidenzintervall $\{p \leq 0{,}385\}$ hat eine Treffsicherheit von 95 %. Wie viele Personen hat er befragt?

b) Natürlich muss Fred vor dem großen Ereignis noch in einen Schönheitssalon, schließlich will er ja eine gute Figur machen. Dort liest er in einem Schönheitsratgeber, dass der moderne Mann von heute **durchschnittlich 500 Euro** (pro Jahr) bei einer **Stichprobenstandardabweichung von 180 Euro** für die Schönheit ausgibt! **Befragt wurden 27 Männer**. Bestimmen Sie dazu ein zweiseitiges 90-Prozent-Konfidenzintervall für den Erwartungswert! Ausgaben können als normalverteilte Zufallsgröße betrachtet werden.

5 + 5

a) $a = 0.035$ $n = 502.486$ **etwa 503 Personen**

b) $a = 59.1$ **Konf{440.9 ≤ μ ≤ 559.1}**

3. Wilma braucht ein neues Abendkleid. Fred ist natürlich dagegen, denn aufgrund der Finanzkrise muss ja bekanntlich gespart werden. Er befragt die Ehefrauen seiner Freunde, wie viel sie vorige Ballsaison für ihre Abendkleider ausgegeben haben und wie viel sie heuer dafür ausgegeben haben:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
Vorige Saison	200	90	450	130	700	1040	260	290	1200	700	650
Diese Saison	320	0	500	80	870	900	100	300	1100	400	300

Testen Sie hier **ohne Annahme normalverteilter Grundgesamtheiten**! Verwenden Sie, obwohl nicht korrekt, die Methode, die erst bei größeren Stichprobenumfängen angewandt werden sollte! Testen Sie zum Niveau $\alpha = 10$ % und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse!

a) Lässt sich die Behauptung „Die Ausgaben sind gleich" aufrechterhalten?

b1) Lässt sich die Behauptung „Voriges Jahr wurde weniger für Ballkleider ausgeben" signifikant bestätigen?

b2) Lässt sich die Behauptung „In dieser Ballsaison wurde weniger für Ballkleider ausgeben als voriges Jahr" signifikant bestätigen?

5 + 5

a) H_0: Z = 0 $d_i = y_i - x_i$

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
x	200	90	450	130	700	1040	260	290	1200	700	650
y	320	0	500	80	870	900	100	300	1100	400	300
di	120	-90	50	-50	170	-140	-160	10	-100	-300	-350
r	**6**	4	**2,5**	2,5	**9**	7	8	**1**	5	10	11

$r_+ = 18.5$ E(T) = 33 Var(T) = 126.5 $t_0 = -1.2892$

$u_{0.95} = 1{,}6449$ $t_0 \notin K$ => JA

b1) H_0: LX ≥ LY H_1: LX < LY

Nein, denn wenn H_1 richtig ist, müssten die Differenzen mehrheitlich positiv sein!

b2) H_0: LX ≤ LY H_1: LX > LY

K =] - ∞, - 1.2816[Ja, es lässt sich signifikant bestätigen, dass in dieser Ballsaison weniger für Ballkleider ausgegeben wurde!

4.a) Wilma und Fred machen sich auf dem Weg zum Opernball. Zuerst müssen sie aber mit dem Autobus zu Barney fahren, der sie zum Ball chauffiert. Der Autobus fährt alle 45 Minuten vor ihrer Haustür ab. Die Wartezeit ist somit **stetig gleichverteilt im Intervall]0, 45[.** Den Fahrplan kennen die Beiden nicht.

a1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit warten sie **mindestens 10 Minuten**?

a2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit warten sie **genau ¼ Stunde**?

b) Endlich im Autobus, erfahren sie vom Busfahrer, dass der Autobus zukünftig am Wochenende mangels Auslastung eingestellt werden soll. Fred kann nicht glauben was er da hört, denn seine Tochter Pampan hat erst neulich eine Umfrage bezüglich der Anzahl der Fahrgäste an den einzelnen Tagen durchgeführt. Das Ergebnis ist in der folgenden Tabelle angegeben:

Wochentag	Montag	Dienstag	Mittwoch	Donnerstag	Freitag	Samstag	Sonntag
Fahrgäste	31	30	41	40	27	26	15

Fred glaubt aufgrund dieser Zahlen, dass **jeden Tag die gleiche Anzahl von Fahrgästen** den Autobus benützt. Wilma behauptet genau das Gegenteil.
Hat Wilma mit einer Sicherheit von mindestens 99 % Recht?

Formulieren Sie die Hypothesen und führen Sie den entsprechenden Test durch!

4 + 6

a1) ~ 77.7 % a2) 0%

b) H_0: diskrete Gleichverteilung
$np_k = 30$ für alle k = 1(Mo) bis 7 (So)

$$t_0 = \frac{1}{30}(1 + 11^2 + 10^2 + 3^2 + 4^2 + 15^2) = 15.733$$

$$\chi_6^{0.975} = 14.449$$

$$\chi_6^{0.99} = 16.812$$

Antwort: NEIN (wohl mit 97.5%)

5.a) Für die Fahrt zum Opernball benützt Barney das Auto. Die Fahrtroute besteht aus zwei Teilstrecken, die Fahrzeiten auf diesen beiden Streckenteilen werden als unabhängige normalverteilte Größen betrachtet:

Teil 1: 330 km Autobahn, Fahrzeit [in Stunden] normalverteilt N (3, 0.4)
Teil 2: 110 km Bundesstraße, Fahrzeit normalverteilt N(2, 0.7)

Wie ist die Gesamtfahrzeit verteilt und mit welcher Wahrscheinlichkeit ist Familie Feuerstein länger unterwegs als fünf ganze und eine Viertelstunde?

b) Betrachtet werde eine normalverteilte Zufallsgröße. Eine Stichprobe vom Umfang 41 ergab den Mittelwert 2.5 bei einer **Stichprobenstandardabweichung** von 0.96 Lässt sich hieraus mit 10 % Irrtumswahrscheinlichkeit beweisen, dass die **Varianz** größer ist als 0.7?

5 + 5

a) $S_n \sim N(5, \sqrt{0.4^2 + 0.7^2})$

$$P(S > 5.25) = 1 - \Phi\left(\frac{5.25 - 5}{\sqrt{0.65}}\right) = 0.3783$$

b) H_1: $\sigma^2 > 0.7$ $t_0 = 52.66$ $K =]51.8, \infty[$ $t_0 \in K$, H_1 signifikant

6. Zu guter Letzt möchte Wilma mit Fred ein Tänzchen wagen. Da aber Fred ein sehr schlechter Tänzer ist, schlägt er ihr folgendes vor: Wenn sie beweisen kann, dass mehr als 20 Prozent Tanzen können, begeben sie sich auf das Tanzparkett. Wilma ist sofort einverstanden und überredet Fred, dass für diesen „Beweis“ eine Sicherheit von 90 Prozent ausreicht. Neun Paare werden zufällig ausgewählt.

   a) Welcher Test ist durchzuführen? Formulieren Sie die Hypothesen!
   b) Ab welcher Anzahl von Tanzpaaren die Tanzen können, muss Fred aufs Tanzparkett?
   c) Unter den 9 Tanzpaaren beobachteten Wilma und Fred 3 Tanzpaare, die Tanzen können. Muss Fred nun Tanzen?
   d) Herr Lugner erzählt ihnen, dass tatsächlich 40 % Tanzen können. Kann es hier zu einem Fehler erster Art oder Fehler zweiter Art kommen?

2 + 5 + 1 + 2

a) Binomialtest H_0: $p \leq 0.2$ H_1: $p > 0.2$

b) $B(9, 0.2)$

$F(c-2) < 0.9 \leq F(c-1)$
$c = 4$
$K = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
Ab 4 Tanzpaaren muss Fred Tanzen!

k	P(X=k)	F(k)
0	0.13421773	0.13421773
1	0.30198989	0.43620762
2	0.30198989	0.7381975
3	0.17616077	0.91435827
4	0.06606029	0.98041856
5	0.01651507	0.99693363
6	0.00275251	0.99968614
7	0.00029491	0.99998106
8	1.8432E-05	0.99999949
9	5.12E-07	1

b) $t_0 = 3 \Rightarrow t_0 \notin K \Rightarrow H_0$ beibehalten
Fred muss nicht tanzen!

c) $p_{wahr} = 40$ %, H_0 ist falsch => Fehler 2. Art
Fehler 1. Art nicht möglich!