

PRÜFUNG STATISTIK VO

3. JULI 2010

Name Vorname.....

Matrikelnummer

Einsichtnahme: Freitag, 9. Juli 2010

BITTE DEUTLICH UND LESERLICH SCHREIBEN!

*Es wird nur gewertet, was in diesem Exemplar steht. Exemplar nicht zerlegen!
Rechengänge sind nachvollziehbar anzugeben, Antworten zu begründen.*

Die gestellten FRAGEN sind zu BEANTWORTEN!

1.....

2.....

3.....

4.....

5.....

Summe.....

Note.....

1. a. Eine Zufallsgröße Y sei $N(2600, 300)$ -verteilt
- a1 Bestimmen Sie jene Zahl c für die gilt, dass $P(Y > c) = 0.54$
- a2 Wie groß ist der Wert der Verteilungsfunktion von Y an der Stelle 3000 ?
- a3 Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Mittelwert von **neun** unabhängigen, genau wie Y verteilten Zufallsgrößen kleiner als 2400?
- b. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der **Unterschied der Augenzahlen** zweier unabhängig voneinander geworfener fairer Würfel genau vier?
- c. Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt eine $t(60)$ – verteilte Zufallsgröße genau den Wert minus 1.296 an?

(4 + 1 + 3) + 3 + 1

a1. **2569.88** a2. **0.9082** a3. **0.0228**

b. $4/36 = 1/9$

c. **0**

2. Es wird viel darüber diskutiert, welche Chance ein Tormann hat, einen Elfmeter abzuwehren, (sei es ihn zu halten, oder den Schützen so zu verunsichern, dass er danebenschießt)

Ein Fußballfan hat Buch geführt:

Bei 50 Spielen in der österreichischen Bundesliga wurden von **36 Elfern** genau **9** abgewehrt
In zehn Länderspielen gab es **acht Elfer**, von denen nur **einer** abgewehrt wurde

- Bestimmen Sie ein zweiseitiges Konfidenzintervall für den Anteilswert der in Österreich abgewehrten Elfer, Konfidenzniveau 90 Prozent!
- Kann man aus den Daten schließen, dass der Anteilswert abgewehrter Elfer bei Länderspielen kleiner ist als (ein Viertel, wie) in Österreich? Führen Sie einen dazu geeigneten Test zum Niveau $\alpha = 0.1$ durch, formulieren Sie die Hypothesen exakt und beantworten Sie die gestellte Frage!
- Ändert sich die Antwort zu Aufgabe b., wenn in den Länderspielen genau einer von **neun** Elfern gehalten wurde?

5 + 6 + 1

- a. Schwankungsbreite $a = 0.1187$, **Konf**{ $0.1313 \leq p \leq 0.3687$ }

- b. Binomialtest $H_1: p < 0.25$ $n = 8$

Testgröße X ist verteilt gemäß $B(8, 0.25)$

$$K = \{0, \dots, c\}$$

$$F(c) < 0.1 < F(c+1)$$

$$F(0) = P(X=0) = 0.1001 \text{ ist schon größer als } 0.1. \text{ d. h. } K = \{ \}$$

Ein Merkmalsträger (abgewehrter Elfer) in der Stichprobe, d. h.

Wert $t_0 = 1$, t_0 nicht in K , Antwort: **NEIN**

- c. für $n = 9$: Y verteilt $B(9, 0.25)$ $P(Y = 0) = 0.07508$, $P(Y=1) = 0.225$, also

$$F(0) < 0.1 < F(1) \text{ somit } K_{\text{neu}} = \{0\}$$

Wert $t_0 = 1$, t_0 ebenfalls nicht in K , Antwort: **NEIN**, Antwort ist die gleiche wie in b.

3. In Graz und in Salzburg wurden Feinstaubwerte gemessen und man erhielt folgende (mit Normalverteilungsannahme verträgliche) Zahlen:

n = 5 Messwerte in **Salzburg**: 70 40 94 80 16

Aus m = 27 Messungen in **Graz** wurde der Mittelwert 88 bei einer Stichprobenstandardabweichung von 29.1 ermittelt.

Es soll nun mittels eines geeigneten Tests geprüft werden, ob bzw. welcher Unterschied in den zu erwartenden Feinstaubkonzentrationen vorliegt.

- Welcher Test** ist zu wählen und weshalb? **Genauere Begründung!**
- Lässt sich die Behauptung „Die Feinstaubwerte sind gleich“ **akzeptieren?** ($\alpha = 0.1$)
- Ist die Behauptung: „Die Feinstaubwerte in Graz sind um mehr als 10 größer als in Salzburg“ **mit einer Sicherheit von mindestens 90 % zu „bestätigen“?**

4 + 4 + 4

- Zweiprobentest, da Varianzhomogenität akzeptabel:
F-Test : $t_0 = 1.1667$, Tabellenwert $F_{4,26} = 2.76$ (Niveau 0.1), also **unkritisch**
- NEIN.** Zweiseitiger Test, $H_0 : \mu_G = \mu_S$ $t_0 = 1.95$, Tabellenwert $t_{30} = 1.679$, kritisch
- NEIN.** Einseitiger Test, $H_1 : \mu_G > \mu_S + 10$ $t_0 = 1.2567$ $t_{30} = 1.31$, unkritisch

4. Zum Zusammenhang zwischen Geschlecht und sportlicher Aktivität wurden Studierende befragt: „Wie oft treiben Sie Sport“ und man erhielt Antworten gemäß folgender Tabelle:

	nie	selten	oft	täglich
Männer	34	79	234	43
Frauen	50	61	158	41

- a. Berechnen Sie dazu den **Kontingenzkoeffizienten** und **interpretieren** Sie diesen.
 b. Lässt sich mit den vorliegenden Daten zeigen, dass Geschlecht und sportliche Aktivität voneinander abhängig sind?

Testen Sie zu den Niveaus $\alpha = 0.1$ und $\alpha = 0.005$ und **interpretieren** Sie genau!

6 + 6

a. $\chi^2 = \sum \frac{(H_{ij} - \bar{H}_{ij})^2}{\bar{H}_{ij}} = 11.1$ $c^* = 0.125$ $c = \mathbf{0.177}$; **geringer Zusammenhang**

c. Chiquadrat-Unabhängigkeitstest Testgröße = 11.1

- d. Kritischer Bereich beginnt bei 6.251 (Niveau $\alpha = 0.1$) **Abhängigkeit signifikant**
 ... beginnt bei 12.838 (Niveau $\alpha = 0.005$) Abh. **Nicht hochsignifikant!**

5. Man betrachte einen Warenkorb aus vier Gütern

Die Produktionskosten der vier betrachteten Güter setzen sich zusammen aus Lohnkosten L_i plus Materialkosten M_i .

Die **Lohnkostenanteile** sind für jedes Gut in der folgenden Tabelle angegeben.

Vom **Umsatz** entfallen je 40 Prozent auf die Güter 1 und 2, je 10 Prozent auf die Güter 3 und 4

Zwischen den Zeitpunkten 0 und 1 treten nun folgende Änderungen ein:

Erstens steigen die **Materialkosten zur Erzeugung des dritten Gutes auf das Doppelte**, jene für das **zweite Gut sinken um zwanzig Prozent**. (Für Gut 1 und Gut 4 bleiben sie gleich)

Zweitens wird eine **achtprozentige Lohnerhöhung direkt auf den Preis jedes Gutes aufgeschlagen**.

Gut:	1	2	3	4
Lohnkostenanteil:	0.6	0.3	0.5	0.4

- Um wie viel Prozent wird jedes dieser vier Güter zum Zeitpunkt 1 teurer?
- Bestimmen Sie den Preisindex (Laspeyres) des Warenkorbes.
- Wie müssen sich die Materialkosten für das Gut Nummer eins prozentual verändern, damit die achtprozentige Lohnerhöhung keinerlei Wirkung auf den Preis von Gut 1 hat?

6 + 3 + 3

a.

Gut 1:	$0.6 \cdot 1.08 + 0.4 \cdot 1 = 1.048$	plus 4.8% teurer
Gut 2:	$0.3 \cdot 1.08 + 0.7 \cdot 0.8 = 0.884$	minus 11.6% billiger
Gut 3:	$0.5 \cdot 1.08 + 0.5 \cdot 2 = 1.54$	plus 54% teurer
Gut 4:	$0.4 \cdot 1.08 + 0.6 \cdot 1 = 1.032$	plus 3.2% teurer

b.
$$I_L = \sum_{j=1}^n U_j \cdot \Delta p_j = 0.4 \cdot (1.048 + 0.884) + 0.1 \cdot (1.54 + 1.032) = \mathbf{1.03}$$

c. Gut 1: $0.6 \cdot 1.08 + 0.4 \cdot x = 1$ $x = 0.88$ **um 12% sinken!**