

1. An einem viel befahrenen Straßenstück wurde die Lärmbelastung an 20 Tagen gemessen und man erhielt folgende Daten. (Normalverteilung sei vorausgesetzt)

77, 82, 69, 68, 59, 61, 66, 68, 71, 73, 59, 59, 66, 63, 64, 60, 70, 68, 59, 61

- a. **Schätzen** Sie die mittlere (eigentlich: die zu erwartende) Lärmbelastung
- b. Man nehme nun an, die Standardabweichung sei bekannt und betrage **6 dB**
- b1 Geben Sie ein (zweiseitiges) 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert an.
- b2. Wie viele Messungen brauchen Sie etwa, damit das Intervall auf ± 2 db genau wird?
- c. **Schätzen** Sie nun aus den Daten die Varianz bzw. die Standardabweichung und bestimmen Sie nun **unter Verwendung dieses Schätzwertes** das zweiseitige Konfidenzintervall für μ zur Treffsicherheit 95%. Man vergleiche mit der Lösung zu b1
2. Eine Zufallsgröße unterliege einer Normalverteilung $N(\mu, 25)$. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 400$ ergab den Mittelwert 122.13
- a. Bestimmen Sie ein 90% - Konfidenzintervall für den Erwartungswert!
- b. **Testen** sie zum Niveau $\alpha = 0.1$ die **Nullhypothese**
 $H_0: \mu = 120$ gegen $H_1: \mu \neq 120$
- c. Innerhalb **welcher Grenzen** muss der beobachtete Mittelwert liegen, damit die Nullhypothese (zu $\alpha = 0.1$) akzeptiert werden kann?
3. Das Gewicht von Masthühnern gleichen Alters wird als normalverteilte Zufallsgröße mit einer Standardabweichung von $\sigma_0 = 40$ [g] betrachtet.
- a. Testen sie zum Niveau $\alpha = 0.05$ **$H_0: \mu \leq 1100$** gegen **$H_1: \mu > 1100$**
wenn das mittlere Gewicht von 60 Hühnern 1106 Gramm betrug!
- b. **Welche Frage** wird mit diesem Test gestellt, **was liefert dieser Test als Antwort?**
- c. Lässt sich die (Gegen)Hypothese **$H_1: \mu < 1100$** mit unseren Daten „**bestätigen**“?
- d. Ist (mindestens) eine der beiden Nullhypothesen aus a. oder c. **akzeptabel**?
4. Die gleiche Zufallsgröße wie in Bsp. 3 unterliege also einer $N(\mu, 40)$ – Verteilung. Eine andere Stichprobe, nun vom Umfang $n = 55$ ergab den Mittelwert 1092
- a. **Testen** sie (wie Punkt c. oben) jetzt zu den Niveaus $\alpha = 0.05$ und 0.1 die Behauptung
 $H_1: \mu < 1100$
- b. Zu **welchem Signifikanzniveau** gehört der erhobene Mittelwert 1092 und was bedeutet das?
5. Um sich mehr Klarheit zu verschaffen, wurden nun **1500** Hühner gewogen und das Merkmal „Gewicht“ - als **normalverteilt** angenommen - wurde hinsichtlich Lage und Streuung untersucht. Man erhielt als Schätzwerte $\hat{\mu} = 1103$ und $\hat{\sigma} = 56.3$
- a. Lässt sich mit den vorliegenden Daten die Behauptung „**Der Erwartungswert des Gewichtes liegt über 1100 Gramm**“ mit einer Sicherheit von mindestens **95 %** bestätigen?
- b. Kann es bei diesem Test gemäß a. und den vorliegenden Daten zu einem Fehler erster Art (zu einem Fehler zweiter Art) kommen? Die Antworten **begründen**!
6. Aus einer Abwasseranlage darf nicht mehr als 25 mg/l an organisch gebundenem Kohlenstoff abgegeben werden. Kann eine derartige Anlage als sauber genehmigt werden, wenn eine Stichprobe vom Umfang $n = 100$ den Mittelwert von **23.8** Milligramm und die *Stichprobenstandardabweichung* **5.2** [mg] ergab?

- a. **Formulieren** sie dazu **H₀** und **H₁** eines geeigneten Tests - wobei die ungerechtfertigte Erteilung einer Genehmigung als schwerwiegender Fehler gilt! – und führen Sie **den Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ durch!**
- b. Wenn Sie der Anlagenbetreiber/der Beamte im Gesundheitsministerium sind: welches Testniveau kommt Ihren Interessen eher entgegen: 0.1 oder 0.001 ?

7. Eine Autozubehörfirma verspricht bei Verwendung eines Zusatzstoffes zum Benzin außer geringerem Benzinverbrauch auch eine Schadstoffreduktion.

Es wurden nun Pkws des gleichen Typs zum Teil mit, zum Teil ohne diesen Zusatzstoff gefahren und die Emissionswerte für Stickoxide (NO_x, in g/km) ermittelt

Mit Zusatz	0.23	0.16	0.22	0.31	0.32	0.20		
Ohne Zusatz	0.22	0.20	0.24	0.30	0.24	0.33	0.26	0.21

Es soll mittels eines **t-Tests** (die Voraussetzungen für brauchen nicht gesondert überprüft zu werden) festgestellt werden, ob bzw. welcher Unterschied in den zu erwartenden NO_x-Werten vorliegt:

- a. Lässt sich die Behauptung „**Die Emissionswerte sind gleich**“ akzeptieren? ($\alpha = 0.1$)
- b. Ist die Behauptung: „**Die Emission ist mit Zusatzstoff kleiner**“ mit einer Sicherheit von mindestens 90 % bestätigen?

8. Ein Verkehrssicherheitsexperte behauptet, dass schon geringe Mengen Alkohol die Reaktionszeit deutlich verlängern.

An sechs Versuchspersonen wurden vor und nach Alkoholkonsum - Zieltrinken auf 0.05% - die Reaktionszeiten (in 1/100 sec) gemessen:

Person Nr.	1	2	3	4	5	6
0.00%	80	78	72	85	68	75
0.05%	120	112	102	116	122	94

- a. Prüfen Sie, unter Annahme normalverteilter Werte, ob **die Reaktionszeiten nachher signifikant höher** sind ($\alpha = 0.025$). Wie sind die Hypothesen zu formulieren?
- b. Lässt sich (zum selben Niveau) nachweisen, dass Alkohol die Reaktionszeit um mehr als eine Zehntelsekunde verlängert?

9. An einem viel befahrenen Straßenstück wurde die mittlere Lärmbelastung an 20 zufällig ausgewählten Wochentagen gemessen und man erhielt die Daten

77, 82, 69, 68, 59, 61, 66, 68, 71, 73, 59, 59, 66, 63, 64, 60, 70, 68, 59, 61

Nun wurden an derselben Stelle auch nach Montage einer Lärmschutzeinrichtung an 12 Tagen Messungen durchgeführt: **66, 57, 58, 68, 62, 59, 57, 80, 56, 59, 62, 62**

- a. Lässt sich aus diesen Daten mit einer Signifikanz von 90 (99) Prozent, d. h. zum Testniveau $\alpha = 0.1$ (0.01) zeigen, dass die Lärmbelastung nun geringer ist?
- b. Lässt sich zeigen, dass die Maßnahme die Belastung um mehr als 2 dB verringern konnte? (Rechnen sie unter Annahme normalverteilter Werte und Varianzhomogenität)

10. An mehreren Diesel-PKWs wurde die Wirkung des Nachrüst-Partikelfilters geprüft und dafür der Partikelaußstoß [in mg/km] gemessen:

Geprüft wurden **sechs Pkws ohne und zehn mit Filter**

Ohne Filter	57	78	44	85	39	100				
Mit Filter	17	12	20	33	17	28	19	24	22	18

- a. Prüfen Sie, ob der Partikelausstoß der mit Filter ausgerüsteten Fahrzeuge signifikant kleiner ist ($\alpha = 0.005$).
- b. Ist durch die Daten statistisch gesichert (mit 90 Prozent Signifikanz), dass die Pkws **mit Partikelfilter** den gültigen Grenzwert von 25 mg/km unterschreiten?
- c. Zeigen die Daten mit einer Signifikanz von 99 Prozent, dass Fahrzeuge **ohne Filter** den Euro-4-Grenzwert von 25 nicht einhalten (d. h. nicht unterbieten)?
Formulieren Sie genau die Null- und Alternativhypothese, geben Sie an, ob die Tests einseitig oder zweiseitig sind und führen Sie diese durch. Setzen Sie dabei Normalverteilung und ggf. Varianzhomogenität voraus!

11. An sechs Diesel-PKW's wurden *vor und nach dem Einbau* eines *Nachrüst-Partikelfilters* der Partikelausstoß [in mg/km] gemessen:

Fahrzeug.	A	B	C	D	E	F
vorher	57	78	44	85	39	100
nachher	10	12	20	33	17	28

- a. Prüfen Sie, unter Annahme normalverteilter Werte, ob der **Partikelausstoß nachher signifikant kleiner** ist ($\alpha = 0.005$).
- b. Lässt sich nachweisen, dass durch den Filter der Partikelausstoß *mindestens um 30 Gramm* zurückgeht ($\alpha = 0.1$)
- c. Ist durch die Daten statistisch gesichert (mit 90 Prozent Signifikanz), dass die Pkws mit Partikelfilter den gültigen Grenzwert von 25 mg/km unterschreiten?
Formulieren Sie in allen Fällen Nullhypothese, Gegenhypothese und Antwort auch in Worten!

12. Man fasse nun die 100 Daten aus einer früheren Aufgabe als Stichprobe auf. Lässt sich daraus mit einer Signifikanz von 95% darauf schließen, dass eine Abhängigkeit zwischen unterschiedlichen Antriebskonzepten einerseits und Erfüllung von Umweltstandards andererseits vorliegt? Man führe den geeigneten Test zum Niveau 0.05 durch

	Euro5	Euro4	Euro3/keine
<i>DIESEL</i>	7	11	17
<i>BENZINER</i>	17	24	9
<i>HYBRID</i>	10	5	0

Nutzen Sie dabei Ihre Lösung von Aufgabe 7, Blatt 1

13. Zum Zusammenhang zwischen Geschlecht und sportlicher Aktivität wurden Studierende befragt: „Wie oft treiben Sie Sport“ und man erhielt Antworten gemäß folgende Tabelle:

	Nie	selten	oft	täglich
<u>Männer</u>	34	79	234	43
<u>Frauen</u>	50	61	158	41

Fassen Sie „nie oder selten“ und „oft oder täglich“ zusammen und führen Sie einen Vierfeldertest durch:

Lässt sich damit zeigen, dass Geschlecht und sportliche Aktivität voneinander abhängig sind? **Testen** Sie zu den Niveaus $\alpha = 0.1$ und $\alpha = 0.005$ und **interpretieren** Sie genau!