

KLAUSUR WIRTSCHAFTSMATHEMATIK VO - 12.03.2011
MUSTERLÖSUNG

1. (a) (5 Punkte) Bestimmen Sie, für welche $v \in \mathbb{R}$ besitzt die Matrix A eine Inverse?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & v \\ 1 & 2-v & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

- (b) (5 Punkte) Lösen Sie das Gleichungssystem für $v = 1$ und für den Ergebnisvektor $b = (2, 2, -1)^t$.

- (c) (2 Punkte) Wann ist die Lösung eines linearen Gleichungssystems eindeutig?

LÖSUNG:

- (a) für $v \in \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$

- (b) $x = (-1, 3, -3)^t$

2. Von einem Monopolbetrieb ist die Gewinnfunktion $G(x) = -0.1x^3 + 2x^2 + 4x - 120$ bekannt. Die zugehörige Kostenfunktion lässt sich durch folgende Funktion beschreiben: $K(x) = 0.1x^3 - 4x^2 + 46x + 120$

- (a) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Erlösfunktion und die Preis-Absatz-Funktion.

- (b) (2 Punkte) Wie hoch sind die Kosten, die pro Stück bei einer Gesamtmenge von 10 Stück anfallen?

- (c) (3 Punkte) Berechnen Sie die Elastizität der Kosten bei einer Menge von 10 Stück.

- (d) (2 Punkte) Überprüfen Sie folgende Aussage: 'Bei einer Menge von 10 Stück stimmen die Grenzkosten mit den durchschnittlichen Kosten überein'.

LÖSUNG:

- (a) $p(x) = 50 - 2x$, $E(x) = 50x - 2x^2$

- (b) $K(10) = 280$, $k(10) = 28$

- (c) $\epsilon_K(10) = -1/7$

- (d) $K'(10) = -4$

3. Gegeben sei die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion mit $\alpha = 0.2$ und $\beta = 0.1$.

- (a) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Cobb-Douglas-Funktion $f(x, y)$, wenn gilt, dass bei einem Einsatz der Faktoren in der Höhe von $(1, 1)$ eine Produktion von 40 erreicht wird.

- (b) (2 Punkte) Bestimmen Sie, wenn möglich, den Homogenitätsgrad.

- (c) (2 Punkte) Bestimmen Sie die beiden 1. partiellen Ableitungen.

- (d) (4 Punkte) Wie lauten die beiden partiellen Elastizitäten? Interpretieren Sie Ihr Ergebnis.

LÖSUNG:

- (a) $f(x, y) = 40x^{0.2}y^{0.1}$

- (b) $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{0.3} \cdot f(x, y)$

- (c) $f_x(x, y) = 0.2 \cdot 40x^{-0.8}y^{0.1} = 8x^{-0.8}y^{0.1}$
 $f_y(x, y) = 0.1 \cdot 40x^{0.2}y^{-0.9} = 4x^{0.2}y^{-0.9}$

- (d) $\epsilon_x = 0.2$, $\epsilon_y = 0.1$

4. (a) (3 Punkte) Gegeben seien folgende zwei Aussagen: A: Max ist heute gut gelaunt. B: Max muß heute nicht arbeiten. Unterstellen Sie, dass folgende Aussagenverbindungen wahr sind: $A \Rightarrow B$ und $B \Rightarrow A$. Was können Sie daher über den Gemütszustand von Max an Arbeitstagen aussagen?
- (b) (9 Punkte) Überprüfen Sie folgende Aussage auf Ihre Gültigkeit: $\neg((A \vee B) \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ Wie nennt man Aussagen mit diesen Eigenschaften?

LÖSUNG:

- (a) Er ist an Arbeitstagen immer schlecht gelaunt, denn Max ist dann und nur dann gut gelaunt, wenn er nicht arbeiten muß.
- (b) Kontradiktion.
5. (a) (4 Punkte) Untersuchen Sie diese Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$\frac{\sqrt{9n^2 + 10}}{12n + 1}$$

- (b) (2 Punkte) Untersuchen Sie diese Folge auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

$$\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^n$$

- (c) (4 Punkte) Prüfen Sie, ob diese Folge konvergiert:

$$\frac{n^2}{4^n}$$

- (d) (3 Punkte) Welche Eigenschaft muß die Folge a_i aufweisen, damit die Reihe

$$S = \sum_{i=0}^{\infty} a_i$$

konvergiert?

LÖSUNG:

- (a) $\frac{1}{4}$
- (b) 0
- (c) Monoton fallend und nach unten beschränkt, daher konvergent.