Masterkurs Wirtschaftsmathematik und Statistik

Mo. 16.00-18.00

HS 15.14

Univ.-Prof. Dr. Ulrike Leopold-Wildburger

ao. Univ.-Prof. Dr. Ulrich Pferschy

Übersicht

1 Optimierung

1.1 **Optimierung von Funktionen von mehreren reellen Variablen mit Nebenbedingungen**

- **Lagrange-Multiplikatoren-Methode**

1.2 **Nichtlineare Programme**

2 Differenzen- und Differentialgleichungen

2.1 Differenzengleichungen

2.1 Differentialgleichungen

Optimierung von Funktionen von mehreren reellen Variablen mit Nebenbedingungen

➢ **Lagrange-Multiplikatoren-Methode**

Lagrange-Multiplikatoren-Methode

- Ein Optimierungsproblem mit **n** Variablen und **m** Nebenbedingungen in Gleichungsform:

$$\text{Max(Min)} \quad f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

$$\text{bzgl.} \begin{cases} g^1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = c_1 \\ g^2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = c_2 \\ \vdots \\ g^m(x_1, x_2, \ldots, x_n) = c_m \end{cases}$$

besitzt die folgende **Lagrangefunktion**:

$$L(x_1, \ldots, x_n, \lambda_1, \ldots, \lambda_m) = f(x_1, \ldots, x_n) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \left(c_j - g^j(x_1, \ldots, x_n)\right)$$

λ_j *für* $j = 1, \ldots, m$ heißen Lagrangemultiplikatoren

- Ist $x^0 = \left(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0\right)$ eine **Lösung des Optimierungsproblems**, dann existiert dazu ein Vektor $\lambda^0 = \left(\lambda_1^0, \lambda_2^0, \ldots, \lambda_m^0\right)$ der Lagrangemultiplikatoren derart, daß der (n+m)-dimensionale Vektor

$$\left(x^0, \lambda^0\right) = \left(x_1^0, x_2^0, \ldots, x_n^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0, \ldots, \lambda_m^0\right)$$

- **ein stationärer Punkt dieser Lagrangefunktion** (einer Funktion von n+m Variablen!) - ist.
- Bei der praktischen Berechnung bestimmt man zunächst die stationären Punkte $\left(x^k, \lambda^k\right)$ der Lagrangefunktion, dies sind eventuell mehrere, und untersucht anschließend, welcher der Punkte x^k das gesuchte Maximum oder Minimum ist.