

Lösungen Klausur Statistik 2/re/soz

2. Juli 2009

1. Hier sind drei Datenreihen spaltenweise angegeben. Bei der Durchführung von verschiedenen Berechnungen ist leider einiges durcheinandergelassen.

Zehn Zahlen wurden ausgerechnet, aber was bedeuten diese Zahlen?

Tragen Sie die gesuchten Zahlen in der unteren Tabelle ein. Alle sind unter den zehn neben den Daten aufgelisteten Ergebnissen, das sind allerdings um drei zu viel.

x	y	z	Mögliche Ergebnisse
263	245	34	1,22
230	256	18	-1,75
210	288	19	2364,07
198	296	10	304
180	304	22	22,45
169	324	12	51,5
153	344	25	-0,89
140	386	26	169
131	401	29	0,3
120	412	21	95,2
92	600	31	

Gesucht sind diese Werte:

Median (x)	169
Steigung der Regressionsgeraden $y = bx + a$	-1,75
Varianz(x)	2364,07
Rangkorrelation (z, x)	0,3
Mittelwert (z)	22,45
Standardabweichung(y)	95,2
Pearson-Korrelation (y,x)	-0,89

10P

Hinweis: möglichst wenig rechnen!

2. a. Am 7. Juni bei der Europawahl hat die ÖVP einem Stimmenanteil von 29 Prozent erzielt, das bedeutete vier Prozentpunkte mehr als die SPÖ.
Um wie viel **Prozent** hat also die SPÖ weniger Stimmen erhalten als die ÖVP?
- b. Drücken Sie **allgemein** p durch die anderen in der Formel verwendeten Größen aus!
Wie groß ist p , wenn $a = 0.05$, $t = 1.36$ und $n = 144$

$$a = t \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1 - p)}{n}}$$

- c. Eine Gerade, die den Zusammenhang zwischen dem Preis(x) einer Karte für die Straßenbahn und der Benutzeranzahl (y) beschreibt, enthält die beiden Punkte (1.2, 2450) und (1.5, 2300).
Wie lautet die Gleichung der Geraden und was bedeutet deren Steigung?

3 + 3 + 4

a. $p = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{a^2 \cdot n}{t^2}}$ $p = \frac{1}{2} \pm 0.235$

b. **um 13.79 Prozent**

c. **$y = 3050 - 500x$**

3. a. Betrachtet werden zwei Zufallsgrößen mit den angegebenen Verteilungen:

X : diskret gleichverteilt auf der Menge der Ziffern $\{0, 1, \dots, 9\}$

Y: normalverteilt $N(3, 1.75)$

- a1 Bestimmen Sie jeweils die **Wahrscheinlichkeit** des **offenen Intervalls** $] 0, 4[$
a2 Wie groß ist bei jeder dieser Verteilungen der **Wert der Verteilungsfunktion** an der **Stelle 5.8** ?

- b. Eine weitere Zufallsgröße sei binomialverteilt $B(500, 0.98)$
Bestimmen Sie sowohl exakt als auch unter Verwendung einer geeigneten approximierenden Verteilung die Wahrscheinlichkeit $P(\{496, 497\})$

(3+2) + 5

a1: $P(X \text{ in }] 0, 4[) = 3/10$ $FX(5.8) = 6/10$

a2: $P(Y \text{ in }] 0, 4[) = 0.6721$ $FY(5.8) = 0.9452$

b: Exakt: Binomialv., $P(\{496, 497\}) = 0.00722 + 0.01831 = \underline{\underline{0.02553}}$

Genähert: Normalverteilung $N(490, 3.13)$

$P([495.5, 497.5]) = \underline{\underline{0.030}}$

4. Eine Stichprobe vom Umfang $n = 41$ aus einer normalverteilten Grundgesamtheit zur Zufallsgröße Y wird hinsichtlich Lage und Streuung untersucht.

Man erhielt als Schätzwerte $\hat{\mu} = 407.8$ und $\hat{\sigma} = 24$

- a. Man bestimme ein zweiseitiges 99% - **Konfidenzintervall für die Varianz**
 b. Lässt sich mit den vorliegenden Daten die Behauptung „Der Erwartungswert der Zufallsgröße Y ist größer als 400“ mit einer Sicherheit von mindestens 90 % bestätigen? Gelingt diese „Bestätigung“ zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.007$?

4 + 6

$$\text{a} \quad \text{Konf} \left\{ (n-1) \cdot \frac{s^2}{\chi_{n-1}^{\gamma}} \leq \sigma^2 \leq (n-1) \cdot \frac{s^2}{\chi_{n-1}^{1-\gamma}} \right\}$$

$$\text{Der Bereich } \text{Konf} \left\{ (40) \cdot \frac{576}{\chi_{40}^{0.995}} \leq \sigma^2 \leq (40) \cdot \frac{576}{\chi_{40}^{0.005}} \right\} = \{344.91 \leq \sigma^2 \leq 1113.04\}$$

enthält mit 99% WK das wahre σ^2

- b Einproben t Test, einseitig** $H_1: \mu > 400$

Niveau = 0.1

$$t_0 = \frac{407.8 - 400}{24} \cdot \sqrt{41} = 2.081$$

Tabellenwert $t_{40,0.9} = 1.303$

H1 signifikant

Niveau 0.007 ??

Schon zu $\alpha = 0.01$: Tabellenwert $t_{40,0.99} = 2.423$ H_1 nicht (hoch)signifikant,

Zu 0.007: H0 beibehalten

5. Eine Autozubehörfirma verspricht bei Verwendung eines Zusatzstoffes zum Benzin außer geringerem Benzinverbrauch auch eine Schadstoffreduktion.

Es wurden nun Pkws des gleichen Typs zum Teil mit, zum Teil ohne diesen Zusatzstoff gefahren und die Emissionswerte für Stickoxide (NOx, in g/km) ermittelt

Mit Zusatz	0.23	0.16	0.22	0.31	0.32	0.20		
Ohne Zusatz	0.25	0.23	0.27	0.33	0.27	0.36	0.29	0.24

Normalverteilung wird vorausgesetzt. Nun soll mittels eines geeigneten **t-Tests** geprüft werden, ob bzw. welcher Unterschied in den zu erwartenden NOx- Werten vorliegt:

- a1. Lässt sich die Behauptung „**Die Emissionswerte sind gleich**“ akzeptieren? ($\alpha = 0.1$)
- a2. Ist die Behauptung: „**Die Emission ist mit Zusatzstoff kleiner**“ mit einer Sicherheit von mindestens 90 % bestätigen?
- b. Liegen tatsächlich alle Voraussetzung zur Durchführbarkeit dieses t-Tests vor?

LÖSEN SIE ZUERST AUFGABEN a1. und a2 !!

7 + 3

	X	Y
1	0,23	0,25
2	0,16	0,23
3	0,22	0,27
4	0,31	0,33
5	0,32	0,27
6	0,2	0,36
7		0,29
8		0,24

	OHNE	MIT
Mittelwert	0,24	0,28
Var	0,00396	0,002029
sta	0,062928531	0,04504

Eingabe:	Mittelwert A=	0,24	nA =	6
	MittelwertB=	0,28	nB =	8
	(=stabw(A))	0,00396	(VAR(A))	
	(=stabw(B))	0,002028	(VAR(B))	

Hilfsgrößen:	Hilfsgröße s =	0,053225934
	Hilfsgröße nn	1,8516402
Testgröße t Test		-1,3915
Testgröße F-Test		1,9527

TABELLENWERT: t12	
zweiseitiger Test	1.782
einseitig:	1.356

Tab: F 5, 7 (0.9)	2.9
-------------------	------------

a1: Ja a2: Ja (!)

b. Varianzhomogenität akzeptabel, Ja

6. Betrachtet werden die angegebenen acht Datenpaare (Leistungspunkte vor/nach einem Trainingsprogramm) Normalverteilung wird vorausgesetzt:

Testperson	1	2	3	4	5	6	7	8
Vorher	112	131	100	120	142	110	101	101
Nachher	123	144	110	129	150	126	104	109

- Testen Sie zum Niveau $\alpha = 0.1$ die Nullhypothese „Die beiden Messungen liefern die gleichen Ergebnisse“
- Sind die Werte „Vorher“ signifikant niedriger? Testen Sie zum Testniveau $\alpha = 0.1$
- Lässt sich (zum selben Niveau) zeigen, dass die der Unterschied über acht Punkte beträgt?

10 P

t-test gepaar t		8 datenpaare							
		112	131	100	120	142	110	101	101
		123	144	110	129	150	126	104	111
		11	13	10	9	8	16	3	10
mitteld				10					
ststabwd	14,2857143	3,77964473							
Testgröße zu a., b.					7,48331477				
testgröße neu									
Unterschied $\mu_y - \mu_x > 8$					1,49666295				

Tabellenwert 1.895 Ho zweiseitig ablehnen H1 in a. und b. signifikant

Tabellenwert 1,415 Auch signifikant