PRÜFUNG STATISTIK VO

30. Jänner 2010

Name …...............................Vorname............................

Matrikelnummer ....

Einsichtnahme: Do, 4. Februar 2010

BITTE DEUTLICH UND LESERLICH SCHREIBEN!

Es wird nur gewertet, was in diesem Exemplar steht. *Exemplar nicht zerlegen!*
Rechengänge sind nachvollziehbar anzugeben, Antworten zu begründen.

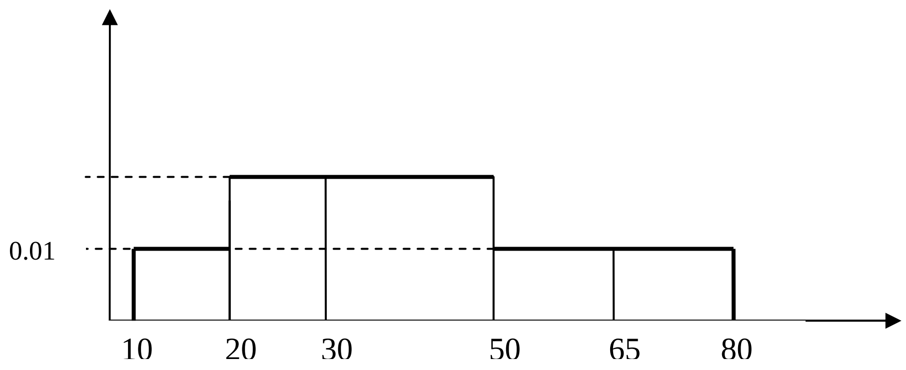
Die gestellten FRAGEN sind zu BEANTWORTEN!

1……….
2……….
3……….
4……….
5……….
6……….

Summe…………. Note……………..

ALLE HILFSRECHNUNGEN IN DIESES EXEMPLAR SCHREIBEN!

1. Ein Betrieb beschäftigt 460 Akademiker. Deren Jahresbruttoverdienste sind in diesem Histogramm dargestellt:



a. Bestimmen Sie daraus eine Tabelle der relativen Klassenhäufigkeiten!
b. Wie viele der 460 Arbeitnehmer fallen in jede der fünf Einkommensklassen ?
c. Bestimmen Sie so weit wie möglich deren mittleres Einkommen!
d. Zeichnen Sie die approximierende Verteilungsfunktion!

4 + 2 + 2 + 4

Klasse:	10 – 20	20 – 30	30 – 50	50 – 65	65 – 80
Relative H.	***0.1***	***0.2***	***0.4***	***0.15***	***0.15***
Abs. H:	**46**	**92**	**184**	**69**	**69**
Für VF:					
Kumulierte r. H.	0.1	0.3	0.7	0.85	1.00

Genäherter Mittelwert = 42000 €

2. **Man würfelt mit zwei fairen Würfeln**.
   Folgende Ereignisse werden betrachtet:
   A: Die Augensumme beträgt mindestens neun
   B: Mindestens einer der Würfel zeigt die Drei
   C: Der erste Würfel zeigt eine ungerade Zahl und der zweite eine gerade Zahl

   a. Geben Sie die **Wahrscheinlichkeiten** für diese drei Ereignisse A, B und C an
   b. Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
      $P(A \cap B)$, $P(B \cup C)$, $P(A \cap C)$ sowie $P(A|B)$
   c. Beeinflusst das Eintreten des Ereignisses A die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis B? (Begründung!)

5 + (3+2) + 2

Lösung:

a. Durch Auflisten der jeweils passenden Wurfergebnisse:
   $P(A) = 10/36$
   $P(B) = 11/36$
   Durch ein Diagramm mit 2 Ebenen, gerade/ungerade:
   $P(C) = 1/4$

b. $A \cap B = \{ (6, 3), (3, 6)\}$ **$P(A \cap B) = 2/36$**
   $P(B \cup C) = 17/36$
   $P(A \cap C) = P(\{ (5, 4), (3, 6), (5, 6)\}) = 3/36$
   $P(A|B) = 2/11$

Antwort: **JA, da $P(A) \neq P(A|B)$ ist auch $P(B)$ ungleich $P(B)$**

3. a. Bestimmen Sie für eine mit den Parametern $n = 10$ und $p = 0.72$ binomialverteilte Zufallsgröße **X** die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq 8)$

b. Mit welcher WK nimmt eine standardnormalverteilte Zufallsgröße **Z** Werte zwischen den beiden Wendepunkten an?

c. Eine dritte Zufallsgröße **Y** sei ***N(155, 32)***-verteilt.
c1 Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt Y einen Wert zwischen 91 und 179 an?
c2 Für welche Zahl d gilt: $P(Y > d) = 0.97$?

d. Wie groß ist der Wert der Verteilungsfunktion einer mit dem Parameter 0.6 poissonverteilten Zufallsgröße X an der Stelle $x = 2.6$?

3 + **2** + **4** + **3**

a. $P(X \leq 8) = 0.81696$

b. 0.6826

c1 0.7506

c2 $d = 94.8$

d. $F(2.6) = F(2) = P(\{0, 1, 2\}) = 0.9769$

4. a. Bei Fernsehduellen in Vorwahlzeiten wird jedem der Kontrahenten für jede Antwort eine gewisse Maximalzeit eingeräumt. Diese wird bekanntlich fast nie eingehalten: So wurde festgestellt, dass 14 PolitikerInnen im Mittel 140 Sekunden redeten. Man bestimme damit ein 90 Prozent- Konfidenzintervall für die Rededauer, wenn ein bekanntes Sigma von 30 [Sekunden] vorliegt.
Bestimmen Sie jeweils
a1. das zweiseitige und
a2. ein einseitiges Konfidenzintervall
für die Rededauer und interpretieren Sie die erhaltenen Ergebnisse

b. Bei einem derartigen Duell war für jede Wortmeldung eine Zeitlimit von zwei Minuten vorgegeben. Kandidat A redete 15 Mal mit einer mittleren Dauer von 146 Sekunden und einer (Stichproben-)Standardabweichung von 42 Sekunden.
Für Kandidat B wurde aus ebenfalls 15 Wortmeldungen eine mittlere Dauer von 132 und s = 28 errechnet.
Redet einer (oder beide?) Kandidaten signifikant länger als die maximal 2 Minuten?
Rechnen sie unter der Annahme normalverteilter Zeiten und zum Testniveau $\alpha = 0.05$

5 + 7

a. Konfidenzintervall f. d. Erwartungswert, Mittel = 140

a1. $a = u_{0.95} * 8.02 = 13.2$ Konf$\{126.8 \le \mu \le 153.2\}$

a2. $a = u_{0.9} * 8.02 = 10.3$ Konf$\{129.7 \le \mu \}$ „Redezeiten über 129.7 s“

b. Jeweils Einstichproben-t-Test, einseitig

Kandidat A: $t_0 = 2.397$ JA, redet signifikant länger

Kandidat B: $t_0 = 1.659$ NEIN, nicht signifikant länger

(Tabellenwert = 1.761)

5. An sechs Diesel-PKWs wurden vor und nach dem Einbau eines Nachrüst-Partikelfilters der Partikelausstoß [in mg/km] gemessen:

Fahrzeug.	1	2	3	4	5	6
vorher	47	44	56	61	52	40
nachher	22	17	18	28	17	18

a. Berechnen und interpretieren Sie die Kovarianz und den Korrelationskoeffizienten für diese Datenpaare

b.

b1. Lässt sich, unter Annahme normalverteilter Werte, zeigen, dass der Partikelausstoß nachher geringer ist als vorher? (Signifikanz: $\alpha = 0.005$)

b1. Ist der Ausstoß nachher (signifikant) weniger als halb so groß wie vor dem Filtereinbau? Rechnen Sie nun einmal zum Niveau $\alpha = 0.005$ und auch zu $\alpha = 0.1$

Interpretieren Sie die Ergebnisse präzise!

5 + 7

Lösung:

a. Cov = 17 korr = 0.60 schwach positiv korreliert

b1. t-Test für Differenzen, x: vorher y: nachher H_1: $\mu_x - \mu_y > 0$

$$\bar{d} = 30 \qquad s_d = 6.26 \qquad t_0 = 11.73$$

$$K = \left]\,4.032, \infty\,\right[$$

H_1 hochsignifikant, ***Partikelausstoß ist nachher geringer!***

b2**.** t-Test für Differenzen, von den Vorher-Werten nur 50% nehmen!

H_1: $0.5*\mu_x - \mu_y > 0$

$t_0 = 3.309$

H_1 nicht hochsignifikant,

aber zu $\alpha = 0.1$ mit $K = \left]1.476,, \infty\right[$ ist H_1 signifikant

ALLE HILFSRECHNUNGEN IN DIESES EXEMPLAR SCHREIBEN!