

Übungsblatt 2

Determinanten

1. Berechnen Sie sämtliche Hauptabschnittsdeterminanten von A und die Determinante von B :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 6 & 5 \\ -2 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = (b_{ij}) \in M(n \times n; \mathbb{R})$$

$$\text{mit } b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{wenn } i = j \\ 1 & \text{wenn } i \neq j \end{cases}$$

2. Bestimmen Sie die Hauptabschnittsdeterminanten von C :

$$C = \begin{pmatrix} a-b & b-c & c-a \\ b-c & c-a & a-b \\ c-a & a-b & b-c \end{pmatrix}$$

3. Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ die Determinante von D :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & \binom{n}{1} & \binom{n+1}{2} & \binom{n+2}{3} \\ 1 & \binom{n+1}{1} & \binom{n+2}{2} & \binom{n+3}{3} \\ 1 & \binom{n+2}{1} & \binom{n+3}{2} & \binom{n+4}{3} \\ 1 & \binom{n+3}{1} & \binom{n+4}{2} & \binom{n+5}{3} \end{pmatrix}$$

4. Die Matrix $E_n \in M(n \times n; \mathbb{R})$ ist gegeben durch:

$$E_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ a_1 & a_2 & \cdots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \cdots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \cdots & a_n^{n-1} \end{pmatrix}$$

Zeigen Sie:

(a) $\det(E_2) = a_2 - a_1$

(b) $\det(E_3) = (a_3 - a_2) \cdot (a_3 - a_1) \cdot \det(E_2)$
(Hinweis: Formen Sie die letzte Spalte zu $(1, 0, 0)^t$ um)

(c) $\det(E_n) = (a_n - a_{n-1}) \cdot (a_n - a_{n-2}) \cdot \dots \cdot (a_n - a_1) \cdot \det(E_{n-1})$

5. Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

6. Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix B :

$$B = \begin{pmatrix} x^2 - 2xy + y^2 & x - y & x - y & x^2 - y^2 \\ x - y & 1 & 1 & x + y \\ x^3 & y & 1 & z \\ x + y & y^2 & x^3 & z^2 - x^2 \end{pmatrix}$$