

Übungsblatt 3

1. Lösen Sie folgendes NLP:

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 - x_2 \\ \text{u.d.B. } x_1^2 + x_2^2 &\leq 1 \\ (\text{Lösung: } x &= \frac{1}{\sqrt{2}}, y = -\frac{1}{\sqrt{2}}) \end{aligned}$$

2. Lösen Sie folgendes NLP:

$$\begin{aligned} \max (x + 2y) \\ \text{u.d.B. } x + y &\leq 4 \\ x &\leq 3 \\ y - x^2 &\leq 2 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Für welche λ -Werte erfüllt der erhaltene Punkt die Kuhn Tucker Bedingungen?

$$(\text{Lösung: } \lambda_1 = \frac{5}{3}, \lambda_2 = \frac{1}{3})$$

3. Minimieren Sie $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 2y$

$$\text{u.d.B. } x + 3y \geq 10$$

$$x, y \geq 0$$

(Hinweis: x^* und y^* sind beide ungleich Null!)

Skizzieren Sie den zulässigen Bereich und die Optimallösung des NLP!

$$(\text{Lösung: } x = \frac{9}{4}, y = \frac{31}{12})$$

4. Lösen sie das NLP

$$\min x^2 + y^2 + x - 1$$

$$\text{u.d.B. } x \geq 1$$

$$x + y \geq 2$$

$$x, y \geq 0$$

$$(\text{Lösung: } x = 1, y = 1)$$

5. Ein ökonomischer Akteur zieht aus dem Konsum dreier Güter 1, 2 und 3 mit den zugehörigen Mengen x , y und z den Nutzen $U(x, y, z) = xy + z^2$. Die Preise der Produkte am Markt lauten $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 1$ und der Akteur möchte sein Budget von 100 Geldeinheiten bei der Nutzenmaximierung restlos verbrauchen. Bestimmen Sie das nutzenmaximale Konsumbündel! (Lösung: $(0, 0, 100)$)

6. Minimieren Sie die folgende Zielfunktion $f(x_1, x_2) = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2$

$$\text{u.d.B. } 2x_1 + 3x_2 \geq 6 \text{ und } 3x_1 + 2x_2 \leq 12.$$

Beachte Sie, dass sowohl x_1 als auch x_2 nicht negativ sind.

$$(\text{Lösung: } x_1 = \frac{28}{13}, x_2 = \frac{36}{13})$$

7. Ein Unternehmen stellt zwei Produkte mit den folgenden Preis-Absatz-Funktionen her:

$$p(x) = 150 - x$$

$$p(y) = 280 - y.$$

Für die Herstellung wird eine Maschine gebraucht (mit einer Kapazität von maximal 100 Stunden). Zusätzlich zu der Maschine wird in dem Produktionsprozess Fachpersonal benötigt (Personalkapazität maximal 150 Stunden). Die nachfolgende Tabelle fasst alle Produktionskoeffizienten und Stückkosten zusammen:

Produkt	X	Y
Maschinenzeit pro Stück (Stunden)	1	1
Arbeitszeit pro Stück (Stunden)	2	1
Stückkosten (Geldeinheiten)	50	80

Finden sie die gewinnmaximierenden Produktionsmengen, wobei angenommen wird, dass alles was produziert wird auch verkauft wird.

(Lösung: $x_1 = 25$ und $x_2 = 75$)