

Y X	1	2	4	5	8	insge- samt
30	4	8	8	0	0	20
40	4	8	16	20	12	60
50	12	10	16	28	14	80
60	0	4	10	16	10	40
insge- samt	20	30	50	64	36	200 = $n$

Die relativen Häufigkeiten erhält man durch Division aller Werte durch  $n = 200$ :

Y X	1	2	4	5	8	$h_{i\bullet}$
30	0.02	0.04	0.04	0	0	0.10
40	0.02	0.04	0.08	0.10	0.06	0.30
50	0.06	0.05	0.08	0.14	0.07	0.40
60	0	0.02	0.05	0.08	0.05	0.20
$h_{\bullet j}$	0.10	0.15	0.25	0.32	0.18	1

In der letzten Spalte und der untersten Zeile erkennt man die beiden Randverteilungen dieser gemeinsamen Verteilung, und zwar die für X

X	30	40	50	60
$h_{i\bullet}$	0.10	0.30	0.40	0.20

und die für die Komponente Y

Y	1	2	4	5	8
$h_{\bullet j}$	0.10	0.15	0.25	0.32	0.18

Mittelwerte und Varianzen werden mit den Randverteilungen berechnet.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \sum_{i=1}^4 h_{i\cdot} x_i = 0.1 \cdot 30 + 0.3 \cdot 40 + 0.4 \cdot 50 + 0.2 \cdot 60 \\ &= 3 + 12 + 20 + 12 = 47\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}s_X^2 &= \sum_{i=1}^4 h_{i\cdot} (x_i - \bar{x})^2 = 0.1 \cdot (30 - 47)^2 + 0.3 \cdot (40 - 47)^2 \\ &\quad + 0.4 \cdot (50 - 47)^2 + 0.2 \cdot (60 - 47)^2 \\ &= 0.1 \cdot (-17)^2 + 0.3 \cdot (-7)^2 + 0.4 \cdot (3)^2 + 0.2 \cdot (13)^2 \\ &= 28.9 + 14.7 + 3.6 + 33.8 = 81\end{aligned}$$

$$s_X = \sqrt{81} = 9$$

und dann für Y

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \sum_{j=1}^5 h_{\cdot j} y_j = 0.10 \cdot 1 + 0.15 \cdot 2 + 0.25 \cdot 4 + 0.32 \cdot 5 + 0.18 \cdot 8 \\ &= 0.10 \cdot 1 + 0.15 \cdot 2 + 0.25 \cdot 4 + 0.32 \cdot 5 + 0.18 \cdot 8 \\ &= 0.10 + 0.30 + 1.00 + 1.60 + 1.44 = 4.44\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^5 h_{\cdot j} y_j^2 &= 0.10 \cdot 1^2 + 0.15 \cdot 2^2 + 0.25 \cdot 4^2 + 0.32 \cdot 5^2 + 0.18 \cdot 8^2 \\ &= 0.10 \cdot 1 + 0.15 \cdot 4 + 0.25 \cdot 16 + 0.32 \cdot 25 + 0.18 \cdot 64 \\ &= 0.10 + 0.60 + 4.00 + 8.00 + 11.52 = 24.22\end{aligned}$$

$$s_Y^2 = 24.22 - (4.44)^2 = 24.22 - 19.7136 = 4.5064$$

$$s_Y = \sqrt{4.5064} = 2.1228.$$

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^5 h_{ij} x_i y_j &= 0.02 \cdot 30 \cdot 1 + 0.04 \cdot 30 \cdot 2 + 0.04 \cdot 30 \cdot 4 + 0.30 \cdot 5 + 0.30 \cdot 8 \\
&+ 0.02 \cdot 40 \cdot 1 + 0.04 \cdot 40 \cdot 2 + 0.08 \cdot 40 \cdot 4 + 0.10 \cdot 40 \cdot 5 + 0.06 \cdot 40 \cdot 8 \\
&+ 0.06 \cdot 50 \cdot 1 + 0.05 \cdot 50 \cdot 2 + 0.08 \cdot 50 \cdot 4 + 0.14 \cdot 50 \cdot 5 + 0.07 \cdot 50 \cdot 8 \\
&+ 0.60 \cdot 1 + 0.02 \cdot 60 \cdot 2 + 0.05 \cdot 60 \cdot 4 + 0.08 \cdot 60 \cdot 5 + 0.05 \cdot 60 \cdot 8 \\
&= 0.6 + 2.4 + 4.8 + 0.8 + 3.2 + 12.8 + 20.0 + 19.2 \\
&+ 3.0 + 5.0 + 16.0 + 35.0 + 28.0 + 2.4 + 12.0 + 24.0 + 24.0 \\
&= 7.8 + 56 + 87 + 62.4 = 213.2
\end{aligned}$$

und dann

$$c_{XY} = 213.2 - 47 \cdot 4.44 = 213.2 - 208.68 = 4.52.$$

Der Korrelationskoeffizient beträgt somit

$$r_{XY} = \frac{4.52}{9 \cdot 2.1228} = +0.2366,$$

was eine schwache positive Korrelation bedeutet.