Optimierung

1. Gesucht ist der maximale Gewinn $G(x,y) = -x^2 + xy - y^2 + 50x + 80y + 600$ unter der Bedingung, dass insgesamt 100 Stück produziert werden, d.h. $x + y = 100$
2. Gegeben sei der Nutzen $u(x_1, x_2) = (x_1 - 12)(x_2 - 20)$. Berechnen Sie den maximalen Nutzen unter der Bedingung $4x_1 + 2x_2 = 60$.
3. Gegeben seien die Funktionen $f(x,y,z) = x + y + z$ und $g(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$.
   a) Bestimmen Sie die Extrema der Funktion f unter der Bedingung $g = 3$.
   b) Wie verändert sich die Lösung, wenn g um 1 Einheit erhöht wird?
4. Gegeben sei das Problem max $3x^2 + 2y^2 + z^2$ bzgl. $x + 2y - z \leq 5$
   und die Punkte (7,2,0), (0,0,0) und (0,4,3).
   a) Welche dieser Punkte sind zulässig?
   b) Welche dieser Punkte erfüllen die Kuhn-Tucker-Bedingungen?
   c) Ist einer dieser Punkte eine Optimallösung?
5. Gegeben sei folgendes nichtlineare Programm max $f(x,y) = \sqrt{xy}$ bzgl.
   $2x + 3y \leq 8$
   $x \leq 3$
   $y \leq 4$
   $x, y \geq 0$
   a) Skizzieren Sie den zulässigen Bereich sowie einige Isoquanten der Zielfunktion.
   b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Zeichnung die genaue Optimallösung.
   c) Bestimmen Sie rechnerisch die Optimallösung.
   d) Sind die Kuhn-Tucker-Bedingungen notwendig und/oder hinreichend?
6. Lösen Sie das folgende Problem max $7x_1 + 5x_2$ bzgl.
   $x_1 + x_2 \leq 9$
   $2x_1 + x_2 \leq 10$
   $x_1, x_2 \geq 0$
   grafisch und unter Anwendung der Kuhn-Tucker-Bedingungen.
7. Lösen Sie das folgende Problem max $x^2 + y^2 + 2x$ bzgl.
   $x + y \leq 10$
   $x \geq 3$
   unter Anwendung der Kuhn-Tucker-Bedingungen.
8. Lösen Sie das Maximierungsproblem: max $f(x,y) = 4 \cdot \sqrt{xy}$ unter der Restriktion $g(x,y) = x + 2y \leq 20$ und den Nichtnegativitätsbedingungen.