

Verfahren des Operations Research

Blatt 3 (WS 2011/12)

wird bearbeitet am 11.1.2012

22. Im Restaurant "Gianni" soll die tägliche Personalplanung verbessert werden. Der Geschäftsführer hat folgenden Personalbedarf erhoben:

Zeitraum	Köche	Kellner
9 - 12 Uhr	3	0
12 - 15 Uhr	2	4
15 - 18 Uhr	4	2
18 - 21 Uhr	2	5

Es stehen drei Arten von unterschiedlich qualifizierten Arbeitnehmern zu Verfügung: Köche (Stundenlohn: € 12.-), Kellner (€ 10.-) und Personen, die beides können (€ 14.-). Jeder Arbeitnehmer soll eine durchgehende Periode von 6 Stunden arbeiten (beginnend um 9, 12 oder 15 Uhr). Nur für 18 Uhr ist es möglich, billige Studenten für drei Stunden als Kellner aufzunehmen (€ 9.-).

Welches Personal in welcher Verwendung soll der Geschäftsführer aufnehmen, um die Gesamtlohnkosten zu minimieren?

Formulieren sie ein geeignetes ILP (Lösung nicht notwendig).

23. Formulieren sie das folgende Produktionsproblem als (ILP): Für die Herstellung von drei Gütern werden entweder nur Rohstoff R_1 (5 Einheiten pro Stück von G_1, G_2, G_3) oder sowohl R_2 (Bedarf pro Stück: 3, 2,1) als auch R_3 (Bedarf pro Stück: 1,3,5) benötigt. Die vorhandenen Rohstoffmengen sind als Konstanten anzusetzen. G_3 kann nur erzeugt werden, wenn zumindest 4 Einheiten von G_2 produziert werden. Von G_1 können nur 2, 4, 6 oder 12 Einheiten hergestellt werden. Die Deckungsbeiträge der drei Güter sind € 25, 35, 500, wobei die Herstellung von G_3 fixe Kosten von € 35 verursacht.

24. Formulieren sie die folgende Aufgabenstellung als ILP:

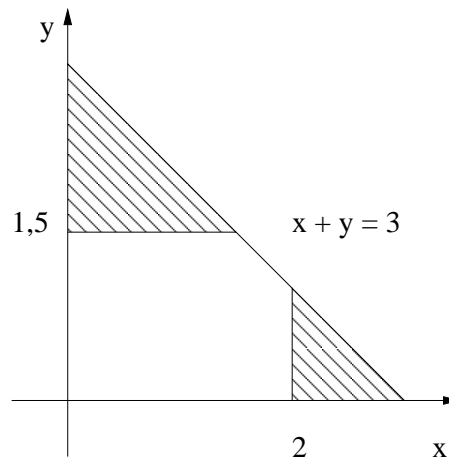
Die Entwicklungsabteilung der Firma Superinno hat vier mögliche Produkte für die neue Saison entworfen. Das Management hat nun zu entscheiden, welche der vier neuen Produkte tatsächlich produziert werden sollen und in welchen Mengen. Die Einführung jedes der neuen Produkte ist mit fixen Anlaufkosten verbunden.

	Produkt			
	1	2	3	4
Anlaufkosten (in €)	50000	40000	70000	60000
Erlös pro Stück (in €)	70	60	90	80

Das Management hat folgende drei Bedingungen zu berücksichtigen:

- Aus Kapazitätsgründen können höchstens zwei der Produkte gefertigt werden.
- Produkt 3 kann nur produziert werden, wenn Produkt 1 oder Produkt 2 (logisches oder) hergestellt wird.
- Es stehen 6000 Stunden an Maschinenkapazität zur Verfügung. Es kann zwischen zwei alternativen Betriebsarten der Fabrik ausgewählt werden. Im Modus 1 werden 5 Maschinenstunden zur Fertigung pro Stück des Produkts 1 benötigt, 3 Stunden für Produkt 2, 6 Stunden für Produkt 3 und 4 Stunden für Produkt 4. Im Modus 2 werden 4 Stunden pro Stück des Produkts 1 benötigt, 4 Stunden für Produkt 2, 3 Stunden für Produkt 3 und 4 Stunden für Produkt 4.

25. Drücken sie den zulässigen Bereich für x_1, x_2 aus der folgenden Skizze durch geeignete Variablen und Restriktionen aus.



26. Formulieren sie das folgende Problem als ILP:

$$\max 3x_1 + 2f(x_2) + 2x_3 + 3x_4$$

wobei

$$f(x) = \begin{cases} -5 + 3x & \text{wenn } x > 0, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

unter Einhaltung der folgenden Nebenbedingungen ($x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4$):

- $2x_1 - x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 15$
- Mindestens zwei der vier folgenden Restriktionen werden eingehalten:

$$5x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 \leq 10$$

$$2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 10$$

$$-x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 3x_4 \geq 10$$

$$3x_1 - x_2 + 3x_3 + 5x_4 \geq 10$$

27. Modellieren sie folgende Nebenbedingungen als ILP:

- $x_1 = x_2$ oder $x_1 - x_2 \leq 3$.
- $|2x_1 - 5x_2 + x_3| = 10$

Die folgenden Beispiele sind mit dem Xpress IVE System zu bearbeiten. Bitte bringen sie die von ihnen erstellten files auf USB-Stick in die Lehrveranstaltung mit.

Sie sollten zumindest zwei der fünf Aufgaben bearbeitet haben!

28. Geben sie das ILP-Modell aus Bsp. 18 (Fa. Crash) in *Xpress IVE* ein und lösen sie das Modell als ILP.

29. Erweitern sie das Xpress Modell für das Zuordnungsproblem: Die Zuteilung von Maschine j an Mitarbeiter i verursacht nicht nur Kosten c_{ij} sondern verbraucht auch Ressourcen r_{ij} . Der Gesamtverbrauch an Ressourcen ist beschränkt mit R . Testen sie ihr Modell für $n = 4$ mit selbst gewählten Eingabedaten. Führen sie den Test für unterschiedliche Datensätze aus und beobachten sie dabei die Differenz zwischen dem optimalen Lösungswert und dem Wert der LP-Relaxation.

30. (unabhängig von Bsp. 29) Erweitern sie das Xpress Modell für das Zuordnungsproblem: Es gibt n Mitarbeiter und m jobs, wobei $n \leq m \leq 2n$. Jeder Mitarbeiter muss mindestens einen und höchstes zwei jobs ausführen. Testen sie ihr Modell für $n = 3$ und $m = 5$ mit selbst gewählten Eingabedaten und erstellen sie eine übersichtliche Ausgabe.

31. Modellieren sie das Transportproblem aus der Vorlesung in Xpress. Gegeben sind m Fabriken und n Filialen einer Firma, die ein einziges Produkt erzeugt und vertreibt. In jeder Fabrik i werden a_i Einheiten des Produkts erzeugt, in jeder Filiale j werden b_j Einheiten benötigt. Es gilt dabei:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (1)$$

Die Transportkosten für eine Einheit des Produkts von Fabrik i in die Filiale j betragen c_{ij} . Gesucht ist ein kostenminimaler Transportplan.

Überlegen sie auch, was passiert, wenn die Bedingung (1) verletzt ist.

32. Erweiterung des Transportproblems: Führen sie für jede Strecke von Fabrik i zur Filiale j Fixkosten f_{ij} ein, die anfallen sobald mindestens eine Einheit des Produkts auf dieser Strecke transportiert wird.

Frohe Weihnachten und ein erfolgreiches neues Jahr!